等差数列の和①

1 ［例題3］

次の等差数列の和 S を求めよ。

5，8，11，……，62

解答　670

2 ［練習9］

次の等差数列の和を求めよ。

(1)　1，5，9，……，49

(2)　2，7，12，……，77

(3)　102，96，90，……，6

解答　(1)　325　　(2)　632　　(3)　918

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　　）

等差数列の和②

1 [例題4]

1 から 100 までの自然数について，3 の倍数の和を求めよ。

解答 1683

2 [練習10]

次の和を求めよ。

(1) $1+2+3+\cdots\cdots+80$　　(2) $1+2+3+\cdots\cdots+199$

解答 (1) 3240　(2) 19900

3 [練習11]

次の和を求めよ。

(1) $1+3+5+\cdots\cdots+19$　　(2) $1+3+5+\cdots\cdots+45$

解答 (1) 100　(2) 529

4 [練習12]

1 から 100 までの自然数について，7 の倍数の和を求めよ。

解答 735

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

等比数列①

$\boxed{1}$ [例6]

(1)　初項 5，公比 2 の等比数列 $\{a_n\}$ について

　一般項は　$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$，　第 6 項は　$a_6 = 5 \cdot 2^{6-1} = 160$

(2)　初項 -2，公比 -2 の等比数列 $\{a_n\}$ について

　一般項は　$a_n = -2 \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^n$

$\boxed{2}$ [練習13]

次のような等比数列の初項から第 5 項までを書け。

(1)　初項 5，公比 10　　　(2)　初項 1，公比 -3

$\boxed{\text{解答}}$ (1)　5，50，500，5000，50000　　(2)　1，-3，9，-27，81

$\boxed{3}$ [練習14]

次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項と第 4 項を求めよ。

(1)　初項 -1，公比 4　　　(2)　初項 2，公比 -3

$\boxed{\text{解答}}$ (1)　$a_n = -4^{n-1}$，第 4 項 -64　　(2)　$a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$，第 4 項 -54

$\boxed{4}$ [練習15]

等比数列 1，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，…… を $\{a_n\}$ とする。$\{a_n\}$ の公比と一般項を求めよ。

$\boxed{\text{解答}}$ 公比 $\frac{1}{2}$，$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

等比数列②

$\boxed{1}$ [例題5]

第 2 項が 6，第 4 項が 54 である等比数列 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ。

解答　初項 2，公比 3 または 初項 -2，公比 -3

$\boxed{2}$ [練習16]

第 3 項が 8，第 5 項が 32 である等比数列 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ。また，第 4 項を求めよ。

解答　初項 2，公比 2，第 4 項 16　または　初項 2，公比 -2，第 4 項 -16

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　)

等比数列の和①

1 [例7]

初項 4，公比 3 の等比数列の初項から第 5 項までの和

$$S=4+4\cdot3+4\cdot3^2+4\cdot3^3+4\cdot3^4 \quad \cdots\cdots ①$$

は，① の両辺に公比 3 を掛けた式

$$3S=\quad 4\cdot3+4\cdot3^2+4\cdot3^3+4\cdot3^4+4\cdot3^5 \quad \cdots\cdots ②$$

を使うと，次のようにして求められる。

$$\begin{array}{rl} 3S= & \quad 4\cdot3+4\cdot3^2+4\cdot3^3+4\cdot3^4+4\cdot3^5 \quad \cdots\cdots ② \\ -\underline{)\quad S=} & \underline{4+4\cdot3+4\cdot3^2+4\cdot3^3+4\cdot3^4} \quad \cdots\cdots ① \\ (3-1)S= & 4\cdot3^5-4 \end{array}$$

よって　$S=\dfrac{4\cdot3^5-4}{3-1}=\dfrac{4(3^5-1)}{2}=484$

2 [例8]

初項 10，公比 2，項数 6 の等比数列の和 S は

$$S=\frac{10(2^6-1)}{2-1}=630$$

3 [練習17]

次のような等比数列の和を求めよ。

(1)　初項 20，公比 3，項数 5　　　(2)　初項 10，公比 -2，項数 6

解答 (1)　2420　　(2)　-210

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　)

等比数列の和②

$\boxed{1}$ [例題6]

(1)　次の等比数列の和 S を求めよ。

$$1,\ \frac{1}{3},\ \left(\frac{1}{3}\right)^2,\ \left(\frac{1}{3}\right)^3,\ \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

(2)　次の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$$2,\ 6,\ 18,\ 54,\ \cdots\cdots$$

解答　(1)　$\dfrac{121}{81}$　　(2)　3^n-1

$\boxed{2}$ [練習18]

次の等比数列の和を求めよ。

(1)　$1,\ 3,\ 3^2,\ \cdots\cdots,\ 3^5$

(2)　$\dfrac{1}{2},\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^2,\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^3,\ \cdots\cdots,\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^6$

解答　(1)　364　　(2)　$\dfrac{63}{64}$

$\boxed{3}$ [練習19]

次の等比数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

(1)　$1,\ 5,\ 5^2,\ 5^3,\ \cdots\cdots$

(2)　$\dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{9},\ \dfrac{1}{27},\ \dfrac{1}{81},\ \cdots\cdots$

(3)　$6,\ -12,\ 24,\ -48,\ \cdots\cdots$

解答　(1)　$\dfrac{1}{4}(5^n-1)$　　(2)　$\dfrac{1}{2}\left\{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right\}$　　(3)　$2\{1-(-2)^n\}$

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

和の記号Σ①

$\boxed{1}$ [例9]

(1) $\sum_{k=1}^{6} k = 1+2+3+4+5+6$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2$

(3) $\sum_{k=5}^{20} (3k+1) = (3\cdot5+1)+(3\cdot6+1)+(3\cdot7+1)+\cdots\cdots+(3\cdot20+1)$

$\boxed{2}$ [練習20]

次の式を和の形で表せ。

(1) $\sum_{k=1}^{5} k^3$　(2) $\sum_{k=1}^{n} 2^k$　(3) $\sum_{k=5}^{10} (k^2-1)$

$\boxed{\text{解答}}$ (1) $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3$　(2) $2^1+2^2+2^3+\cdots\cdots+2^n$

(3) $(5^2-1)+(6^2-1)+(7^2-1)+(8^2-1)+(9^2-1)+(10^2-1)$

$\boxed{3}$ [練習21]

次の式を，記号Σを用いて表せ。

(1) $1+2+3+\cdots\cdots+50$　(2) $1+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)$

(3) $2+4+6+8+10+12$　(4) $5+7+9+11+13+15$

$\boxed{\text{解答}}$ (1) $\sum_{k=1}^{50} k$　(2) $\sum_{k=1}^{n} (2k-1)$　(3) $\sum_{k=1}^{6} 2k$　(4) $\sum_{k=1}^{6} (2k+3)$

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　)

和の記号Σ②

$\boxed{1}$ [例10]

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 4k = 4\sum_{k=1}^{n} k = 4 \times \frac{1}{2}n(n+1) = 2n(n+1)$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (6k+3) = 6\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 3 = 6 \times \frac{1}{2}n(n+1) + 3n$

$\displaystyle = 3n(n+1) + 3n = 3n(n+2)$

$\boxed{2}$ [練習22]

次の和を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 8k$　(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (10k+1)$　(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (k-1)$　(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (-3)$

解答 (1) $4n(n+1)$　(2) $n(5n+6)$　(3) $\dfrac{1}{2}n(n-1)$　(4) $-3n$

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　)

シグマでの計算

$\boxed{1}$ [例題7]

和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k(k-2)$ を求めよ。

解答 $\dfrac{1}{6}n(n+1)(2n-5)$

$\boxed{2}$ [練習23]

次の和を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 6k^2$　　(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (2k^2+1)$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k(3k-1)$　　(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (k-1)(k+2)$

解答 (1) $n(n+1)(2n+1)$　(2) $\dfrac{1}{3}n(2n^2+3n+4)$　(3) $n^2(n+1)$

(4) $\dfrac{1}{3}n(n-1)(n+4)$

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

いろいろな数列の和①（シグマの利用）

$\boxed{1}$ [例題8]

次の和を求めよ。

$$1\cdot1+2\cdot3+3\cdot5+\cdots\cdots+n(2n-1).$$

$\boxed{\text{解答}}$ $\dfrac{1}{6}n(n+1)(4n-1)$

$\boxed{2}$ [練習24]

次の和を求めよ。

$$1\cdot4+2\cdot5+3\cdot6+\cdots\cdots+n(n+3)$$

$\boxed{\text{解答}}$ $\dfrac{1}{3}n(n+1)(n+5)$

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

いろいろな数列の和①（恒等式の利用）

$\boxed{1}$ [例題9]

恒等式 $\dfrac{1}{k(k+1)}=\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}$ を用いて，次の和 S を求めよ。

$$S=\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\cdots\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$$

解答 $\dfrac{n}{n+1}$

$\boxed{2}$ [練習25]

恒等式 $\dfrac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2k-1}-\dfrac{1}{2k+1}\right)$ を用いて，和

$S=\dfrac{1}{1\cdot3}+\dfrac{1}{3\cdot5}+\dfrac{1}{5\cdot7}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ を求めよ。

解答 $\dfrac{n}{2n+1}$

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

数列の和と一般項

1 ［例題10］

初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n=n^2$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

解答　$a_n=2n-1$

2 ［練習26］

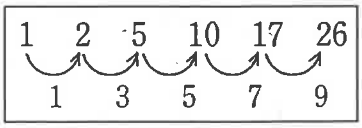
初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n=n^2+n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

解答　$a_n=2n$

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　　　）

階差数列①

$\boxed{1}$ [例11]



数列　1, 2, 5, 10, 17, 26, ……
の隣り合う2つの項の差を並べると

1, 3, 5, 7, 9, ……

である。この数列は，初項1，公差2の等差数列である。

$\boxed{2}$ [例12]

次の数列 $\{a_n\}$ の第6項 a_6 を求めてみよう。

1, 3, 7, 13, 21, ……

数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると，$\{b_n\}$ は

2, 4, 6, 8, ……

であり，一般項は $b_n=2n$ である。

よって　$a_6=a_5+b_5=21+2\cdot5=31$

$\boxed{3}$ [練習27]

数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とする。数列 $\{a_n\}$ が

2, 3, 5, 8, 12, 17, ……

のとき，$\{b_n\}$ の一般項と，$\{a_n\}$ の第7項を求めよ。

$\boxed{\text{解答}}$　$b_n=n$，$a_7=23$

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　)

階差数列②

$\boxed{1}$ [例題11]

次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$1,\ 5,\ 13,\ 25,\ 41,\ 61,\ \cdots\cdots$

解答　$a_n=2n^2-2n+1$

$\boxed{2}$ [練習28]

次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 11,\ \cdots\cdots$

(2)　$3,\ 5,\ 9,\ 15,\ 23,\ \cdots\cdots$

解答　(1)　$a_n=\dfrac{1}{2}(n^2-n+2)$　　(2)　$a_n=n^2-n+3$

(　　　)組(　　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　　　　)

漸化式①

$\boxed{1}$ [例13]

数列 $\{a_n\}$ において

[1] $a_1=1$　　[2] $a_{n+1}=2a_n+n$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

であるとき，a_2，a_3，a_4 は次のように定まる。

$$a_2=2a_1+1=2\cdot1+1=3$$
$$a_3=2a_2+2=2\cdot3+2=8$$
$$a_4=2a_3+3=2\cdot8+3=19$$

$\boxed{2}$ [練習29]

次の初項と漸化式によって定まる数列 $\{a_n\}$ の第5項を求めよ。

(1) $a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+3$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(2) $a_1=2$，$a_{n+1}=2a_n$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(3) $a_1=3$，$a_{n+1}=3a_n-n$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(4) $a_1=7$，$a_{n+1}=-a_n$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

解答　(1) 13　(2) 32　(3) 185　(4) 7

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

漸化式②「等差･等比型」

1 [練習30]

次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=-1,\ a_{n+1}=a_n+7\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(2) $a_1=3,\ a_{n+1}=5a_n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

解答 (1) $a_n=7n-8$ (2) $a_n=3\cdot5^{n-1}$

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　　　)

漸化式③「階差数列型」

$\boxed{1}$ [312最新 数学B 例題12]

次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=1,\ a_{n+1}=a_n+2n \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

解答 $a_n=n^2-n+1$

$\boxed{2}$ [312最新 数学B 練習31]

次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=5,\ a_{n+1}=a_n+4n \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(2) $a_1=2,\ a_{n+1}=a_n-3n+1 \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

解答 (1) $a_n=2n^2-2n+5$ (2) $a_n=-\frac{3}{2}n^2+\frac{5}{2}n+1$

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　　　)